Halmazok és matematikai logika alapjai

Ítéletkalkulus

Logikai alapfogalmak, műveletek, formalizálás, logikai ekvivalencia,

1. Bevezető

A matematikai logikában az állításoknak nem a tényleges jelentésével, hanem a szerkezetével, igazságértékével és gondolatmenetének helyességével foglalkozunk.

Például vessünk egy pillantást a következő kijelentésekre.

(1) Ez a mondat hamis.

(2) Minden 2-nél nagyobb páros egész szám felírható két prímszám összegeként.

(3) Minden kétfejű ló piros.

Az első kijelentés ellentmondás, tehát nem lehet sem igaz, sem hamis, gondoljunk bele. A második egy híres sejtés, erről pedig egyszerűen nem tudjuk megmondani, hogy igaz-e, vagy hamis. A harmadik kijelentés pedig azért érdekes, mert a kétértékű logika szerint igaznak kellene lennie, mert a tagadása hamis (van olyan kétfejű ló, ami nem piros?), de ezt is úgy szoktuk elintézni, hogy logikai értéke eldönthetetlen.

2. Ítéletkalkulus

1. Definíció. Az ítélet olyan állítás, amelynek igazságértéke van (igaz vagy hamis). Jelölésük : A;B;C; : : :

Nem ítéletek a következők: felkiáltások, felszólítások, kérdő mondatok, ...

Hasonlóan, mint a hétköznapi nyelvben is, az ítéletek bizonyos módon összekapcsolhatók, és így új összetett ítéleteket kaphatunk. Nézzük meg milyen kapcsolatban állhatnak egymással az ítéletek, illetve pontosabban milyen művelettel kapcsolhatók össze az ítéletek?

2. Definíció. Ha A és B két ítélet, akkor értelmezzük az alábbi műveleteket.

1 Negáció: $\neg A$ „nem A” .

Konjunkció: $A \land B$ „A és B”: Nem minden „és” konjunkció, gondoljunk például a felsorolásra. Viszont és helyett állhat a DE szó, például Szeretem a fizikát, de utálom a törit.

Diszjunkció: $A \lor B$ „A vagy B”: vagy A, vagy B, vagy mindkettő. NEM kizáró vagy!

Implikáció: A ⇒ B.   Ha A, akkor B. Csak akkor A, ha B. A-ból következik B. B-nek elegendő feltétele A. A-nak szükséges feltétele B._

Ekvivalencia: A ⇔B Akkor és csak akkor A, ha B. Pontosan akkor A, ha B. A-nak szükséges és elégséges feltétele B. A ekvivalens B-vel.

Ha két állítást valamilyen művelettel összefűzünk, akkor a művelet igazságtartalma természetesen függ az eredetileg összekapcsolt ítéletekétől. A következő táblázatban megtalálhatjuk, hogyan.

2.1. Igazságtáblázatok

A	$\neg A$
i	h
h	i

A	B	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \rightarrow B$	$A \leftrightarrow B$
i	i	i	i	i	i
i	h	h	i	h	h
h	i	h	i	i	h
h	h	h	h	i	i

3. Példa. Vegyük a következő két állítást.

Ha 2 + 2 = 5, akkor a Hold sajtból van.

Ha 2 + 2 = 5, akkor Franciaország fővárosa Párizs.

Mindkét állítás igaz. Azért, mert implikációval vannak összekapcsolva, és az implikáció bal oldala hamis. Ekkor maga az állítás igaz. Természetesen az nem igaz, hogy sajtból van a Hold. De ezt nem állította a mondat.

3. Definíció. A kiértékelés az a művelet, amikor a változók helyére igaz vagy hamis értéket helyettesítünk. A kiértékelés végeredménye egy igazságérték.

4. Példa. Legyen adott a következő formula: $A \rightarrow ((\neg B) \vee C)$ Számoljuk ki a formula azon kiértékelését, melyben A és C igaz, B pedig hamis.

A	B	C	$(\neg B)$	$((\neg B) \vee C)$	$A \rightarrow ((\neg B) \vee C)$
i	h	i	$\neg h = i$	$(i \vee i) = i$	$i \rightarrow i = i$

Elképzelhető, hogy ugyanazt a jelentéstartalmat két különböző formulával is le tudjuk írni. Ezek a logikailag ekvivalens formulák.

4. Definíció. Az ítéletkalkulus F és G formulája logikailag ekvivalens, ha értékük bármely kiértékelésnél megegyezik. Ez a gyakorlatban azt jelenti, hogy mindkét formulára felírjuk az igazságtáblázatot, és összenézzük a két formula összes kiértékelését, és ha mindegyik megegyezik, akkor ekvivalensek.

Lehetséges, hogy egy nagyon hosszú logikai formulához található egy sokkal rövidebb formula, mellyel logikailag ekvivalens. Ekkor minden további nélkül áttérhetünk a rövidebb formula vizsgálatára. (Jelölése : ≡)

Tétel. Bármely A és B formulák esetén

$$A \to B \equiv \neg A \lor B \quad \acute{e}s \quad A \leftrightarrow B \equiv (A \to B) \land (B \to A)$$

I) $\to$, $\leftrightarrow$ kifejezése a többi művelettel:

(1)	$A \leftrightarrow B \equiv (A \to B) \land (B \to A),$	
(2)	$A \to B \equiv (\neg A) \lor B.$	

II) $\land$, $\lor$ alaptulajdonságai:

(3)	$A \land A \equiv A,$	$A \lor A \equiv A,$	(idempotencia)
(4)	$A \land B \equiv B \land A,$	$A \lor B \equiv B \lor A,$	(kommutativitás)
(5)	$(A \land B) \land C \equiv A \land (B \land C),$	$(A \lor B) \lor C \equiv A \lor (B \lor C),$	(asszociativitás)
(6)	$(A \lor B) \land A \equiv A,$	$(A \land B) \lor A \equiv A,$	(abszorptivitás)
(7)	$(A \lor B) \land C \equiv (A \land C) \lor (B \land C),$	$(A \land B) \lor C \equiv (A \lor C) \land (B \lor C).$	(disztributivitás)

III) $\land$, $\lor$, $\neg$ közötti összefüggések:

(8)	$\neg(A \land B) \equiv (\neg A) \lor (\neg B),$	$\neg(A \lor B) \equiv (\neg A) \land (\neg B),$	(De Morgan szabályok)
(9)	$\neg(\neg A) \equiv A,$		
(10)	$A \land (\neg A) \equiv B \land (\neg B),$	$A \lor (\neg A) \equiv B \lor (\neg B),$	
(11)	$A \land (B \lor (\neg B)) \equiv A,$	$A \lor (B \lor (\neg B)) \equiv B \lor (\neg B),$	
(12)	$A \land (B \land (\neg B)) \equiv B \land (\neg B),$	$A \lor (B \land (\neg B)) \equiv A.$	

IV) $\to$-t és $\leftrightarrow$-t tartalmazó logikai ekvivalenciák:

(13)	$A \leftrightarrow B \equiv B \leftrightarrow A,$	(kommutativitás)
(14)	$(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow C \equiv A \leftrightarrow (B \leftrightarrow C),$	(asszociativitás)
(15)	$A \to B \equiv (\neg B) \to (\neg A),$	
(16)	$(A \to C) \land (B \to C) \equiv (A \lor B) \to C,$	
(17)	$(A \to B) \land (A \to C) \equiv A \to (B \land C),$	
(18)	$A \to (B \to C) \equiv (A \land B) \to C,$	
(19)	$A \to (B \land (\neg B)) \equiv \neg A.$	

Matematikai logika feladatok:

Az emelt érettségin legtöbbször használt típusfeladat, amikor egy (hétköznapi vagy matematikai) állításról kell eldönteni, hogy igaz vagy hamis, megfogalmazni az állítás megfordítását, és arról is el kell dönteni, hogy igaz vagy hamis.

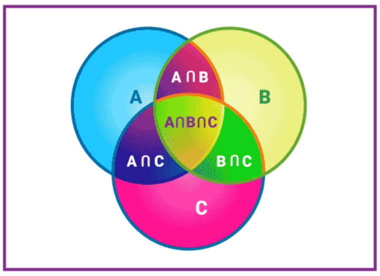
Ezen kívül szerepelhet ítélet-kalkulus (igazságtábla- használat), bár ez inkább a szóbeli feladatokra jellemző, valamint természetesen szóbeli elméleti tétel.

Ismerni kell az alap összefüggéseket (konjunkció, diszfunkció, ekvivalencia, negáció stb. fogalmát, kapcsolatukat, létre kell tudni hozni összetett állítások igazságtábláját.)

Ehhez a témakörhöz érdemes csatolni a szükséges és elégséges feltételek fogalmát is, illetve logikai úton bizonyíthat állításokat.

Halmazok

Mivel a halmazelmélet és a logika szorosan összekapcsolódik, érdemes ide is betenni néhány halmazelméleti feladatot. Halmazelméleti feladatoknál nagyon gyakran használjuk a Venn-diagrammot. A diagrammal ábrázolható feladatoknál alapvetően négy megoldási mód kínálkozik:



- a diagram kitöltése a három halmaz metszetéből kiindulva, ha annak értéke ismert
- a három halmaz metszetében lévő értéket x-szel jelölve, a többi érték kitöltése
- az ábra színes mezőinek értékét rendre a;b;c; d stb jelöléssel, az ismert összefüggésekkel többismeretlenes elsőfokú egyenletrendszer felírása és annak megoldása
- logikai szitaformula használata.

<u>nézzünk néhány alapfeladatot!</u>

1, Az A; B; C halmazokról a következőket tudjuk: $A \cup B \cup C = \{1;2;3;4;5;6\}$; $A \cap B = \{1;5\}$; $B \setminus A = \{3;4\}$, $(A \cup B) \setminus C = \{2;3;5\}$.és $|A \cap C| = 2$. Add meg a halmazokat!

Bizonyítsuk be, hogy bármely ilyen A, B, C halmazra $(A \cap B) \setminus C$, $(A \cap C) \setminus B$ és $(B \cap C) \setminus A$ között van üres!

2, $A \cup B \cup C = \{1,2,3,4,5,6,7\}$. $|A| = |B| = |C| = 4$; $|A \cap B \cap C| = 2$. Mutass példát ilyen A, B, C halmazokra! Bizonyítsuk be, hogy bármely ilyen A, B, C halmazra $(A \cap B) \setminus C$, $(A \cap C) \setminus B$ és $(B \cap C) \setminus A$ között van üres!

3, A természetes számok halmazán értelmezzük a következő halmazokat:

A= {páros számok}; B={b<4} és C={c>2}.

Melyek az $[A \setminus (B \cap C)] \cup [(A \setminus B) \setminus C]$ halmaz elemei?

4, A és B véges halmazok, $|A \cup B| = 2018$; és az $A \setminus B$ halmaznak háromszor annyi eleme van, mint a $B \setminus A$ halmaznak. a, Lehet-e $A \cap B$ halmaznak 98 illetve 100 eleme? b, ha $|A| = 200$, akkor mekkora $|A \cap B|$ értéke?

5, Adott a H alaphalmaz, és annak A; B és C részhalmazai. Igaz vagy hamis a következő állítás? Válaszod indokold!

a, $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$ b, $(A \cup B) \setminus C = A \cup (B \setminus C)$

c, $|(A \cup B) \setminus C| = |A| + |B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$

6, Az A, B, C halmazokról a következőket tudjuk: $(A \cup B) \setminus C = \{1,2,3,4,5\}$ $C \setminus A = \{7,9\}$ $A \cap C = \{6,8\}$ $C \setminus (A \cup B) = \{9\}$ $A \setminus B = \{1,2,8\}$

$(A \setminus B) \cup (B \setminus A) = \{1,2,4,5,7,9\}$ Adjuk meg az A; B és C halmazt!

7, Egy harminc fős osztályban matematika szakkörre járnak 16-an, csak matematikára hatan, csak fizikára négyen és csak irodalomra heten. Bármely kettő szakkörnek pontosan ugyanannyi tagja van. Hányan járnak mindhárom szakkörre?

8, Egy matematika versenyen 34-en indultak, ahol három feladatot tűztek ki. Mindenki megoldott legalább egy feladatot. Az elsőt 15-en, a másodikat 16-an, a harmadikat 25-en oldották meg helyesen. Mindhárom feladatot 4 versenyző tudta megoldani. Hány tanuló oldott meg pontosan két feladatot?

9. Egy 39 főből álló kirándulócsoportról tudjuk, hogy tagjai közül 12-en jártak a Fátrában, 18-an a Mátrában, 16-an a Tátrában; 9-en jártak a Fátrában és Mátrában, 6-an a Fátrában és Tátrában, 7-en a Mátrában és Tátrában. Hányan nem jártak a három hegység egyikében sem, ha négyen már mindhárom hegységben jártak?

10, Legyen ***A*** a rombuszok, ***B*** a téglalapok, ***C*** a deltoidok halmaza. Ezen halmazok segítségével írja fel a következő halmazokat! a/ négyzetek halmaza b/ azon rombuszok halmaza, amelyek nem négyzetek

c/ azon deltoidok halmaza, amelyek téglalapok

11, Egy véges H halmazról tudjuk, hogy ha egy 0-tól különböző ***a*** szám eleme, akkor annak ellentettje és reciproka is eleme. a, Adj meg ilyen H halmazt! b, Ha egy ilyen halmazban szerepel az 1; 2 és 2/3, akkor lehet-e 2012 eleme?

12, Jelölje H a 4 jegyű pozitív egész számoknak a halmazát, amelynek minden számjegye a 2; 4; 6 számok közül kerül ki. Hány elemű a H halmaz?

Jelölje G a H-nak olyan részhalmazát, ahol a 2; 4; 6 számjegyek közül mindegyik legalább egyszer előfordul. Hány elemű a G halmaz?

13; A 2016-nál nagyobb prímek közül kiválasztunk tetszőleges 5-öt. Bizonyítsuk be, hogy van köztük kettő, melyek különbsége osztható 10-zel.

Igaz-e az állítás, ha az összes prímre nézzük?

14, Egészítsd ki a mondatokat a feltételnek megfelelően!

a, Egy szám osztható 15-tel, ehhez szükséges, hogy….

b, 2 rombusz hasonló, ehhez elégséges, hogy ….

c, két szám tízes alapú logaritmusa egyenlő, ehhez szükséges, hogy….

d, két forgásszög szinusza egyenlő, ehhez elégséges, hogy….

15, Ha $x \epsilon A \cup C$ és $x \notin B \cup C$, akkor $x \epsilon A$. Igaz vagy hamis az előző állítás? Hogy hangzik az állítás megfordítása? Igaz vagy hamis a megfordított állítás?

b, I, $x \epsilon A \cap B \Rightarrow x \epsilon C$ II, $x \epsilon C$ vagy $x \notin A \cap B$ egyenértékű-e a két állítás?

16, Legfeljebb hány éle lehet egy olyan 10 pontú egyszerű gráfnak, amelyik nem összefüggő?

17, Egészítse ki az alábbi mondatokat úgy, hogy igaz legyen!

a, Két négyszög hasonlóságának szükséges feltétele, hogy …

b, Két négyszög hasonlóságának elégséges feltétele, hogy …

c, Egy pozitív egész szám 25-tel oszthatóságának szükséges, de nem elégséges feltétele, hogy

d, Két vektor merőlegességének szükséges és elégséges feltétele, hogy …

18, Fogalmazza meg a következő tétel megfordítását: Ha egy szám négyzetszám, akkor 3-mal osztva 0 vagy 1 maradékot ad.

Igaz-e az eredeti állítás? Igaz-e a megfordítása?

19, Ha $a|b$ igaz, akkor $a|b^2$ is teljesül (a és b pozitív egész számok).

Fogalmazza meg a fenti (igaz) állítás megfordítását, és állapítsa meg a megfordítás logikai értékét is! Válaszát indokolja! ($a|b$ azt jelenti, hogy az a egész szám osztója a b egész számnak.)

20, Döntse el, hogy igaz vagy hamis az alábbi állítás! Válaszát indokolja!

Ha $x > 27$, akkor a 27-nek és az x-nek a mértani közepe kisebb a két szám számtani közepénél.

Fogalmazza meg az előbbi állítás megfordítását, és határozza meg a megfordított állítás logikai értékét (igaz vagy hamis)! Válaszát indokolja!

21. Fogalmazza meg a következő kijelentések tagadását!

a) Van olyan rombusz, amelynek átlói merőlegesek.

b) Minden x természetes számhoz van olyan y természetes szám, amelyre $y < x$.

c) Minden x racionális számhoz van olyan y racionális szám, amelyre $y < x$.

d) Van olyan y természetes szám, hogy minden x természetes számra $y < x$.

e) Van olyan y racionális szám, hogy minden x racionális számra $y < x$.

Melyek az igazak a fenti kijelentések közül?

22**.** Melyek igazak az alábbi kijelentések közül?

a) Van olyan periodikus függvény, mely páros.

b) Van olyan x valós szám, amelyre $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$.

c) Egy négyszög akkor és csak akkor rombusz, ha átlói merőlegesek egymásra.

d) Két háromszög akkor és csak akkor egyenlő területű, ha egy-egy oldaluk és egy-egy magasságuk egyenlő.

e) Van olyan síkbeli alakzat, amelynek végtelen sok szimmetriatengelye van

23, Egy kisvárosi zeneiskolában három hangszeren tanulnak a diákok. Zongorázni 32-en, klarinétozni 17-en, furulyázni is 32-en. Zongorázni és klarinétozni 9-en, klarinétozni és furulyázni 12-en tanulnak. Pontosan két hangszerrel háromszor annyian ismerkednek, mint három hangszerrel. a, Hányan tanulnak zongorázni, de klarinétozni nem?

b, Mennyivel többen vannak, akik nem furulyáznak, mint azok, akik csak furulyáznak?

c, Hány olyan diák van, aki klarinétozik vagy zongorázik?

d, Lehet-e a zeneiskolába járó diákok száma 5-tel osztható? (a: 23; b: 8; c: 40; d: nem)

24, Legyen az alaphalmaz az $A \cup B \cup C$ halmaz, ahol

A=$\{x: x^2 - 10x + 9 < 0 \text{ és } x\epsilon\mathbb{Z}\}$;

B= {egyjegyű, pozitív prímszámok} és

$C = D_f \cap \mathbb{Z}; ahol\ D_f\ az \quad f(x) = \sqrt[2024]{-x^2 + 9x - 8} + \frac{1}{x-5} + 2024$ függvény legbővebb értelmezési tartományát jelöli.

Adjuk meg a következőket: $(A \cup B)\setminus C$; $(A \cap \bar{B})\setminus C$; $|A \cup B \cup C|$

(5; ∅; 8)

25, Adott az A={1;2;3; 5;6;8;9} halmaz. Hány olyan nem üres részhalmaza van, amelyben az elemek összege páros? (7+48+8=63)

26, Egy társaságban öt politikus van: egy-egy volt jogász, orvos, mérnök, fizika-tanár, vállalkozó. Pártbeli tisztségük szerint egy elnök, 3 alelnök és egy alelnök-helyettes. Kinek mi a tisztsége és a foglalkozása, ha

a, Csaba tisztsége megegyezik mérnök barátjáéval; b, A fizika-tanár jó barátságban van Edével; c, A vállalkozó Bélával és Dénessel együtt Edénél járt vendégségben; d, Nemrégiben a mérnöknek és a jogásznak egyszerre romlott el a videoja, mindkét esetben Dénest hívta segítségül a fizikatanárt; e, Ede eredetileg vállalkozó akart lenni, de mérnök barátja tanácsára más pályát választott f, Csaba Dénesnek, Béla Edének a beosztottja; g, András látogatóba készült Dénesékhez.

(András alelnök, mérnök; Béla alelnök-helyettes és fizikatanár; Csaba alelnök és vállalkozó; Dénes elnök és orvos; Ede alelnök és jogász)

(A feladattípus még nem szerepelt emelt szintű érettségin, de a logika gyakorlására jól használható példa)

27, Egy 98 főt foglalkoztató kft üzemi tanácsot választ; egy elnököt és 4 tagot. Hány olyan eset lehetséges, ahol Ács Dezső a, nem szerepel az üzemi tanácsban; b, Elnöke a tanácsnak; c, tanácstag, de nem elnök; d, szerepel a tanácsban?

(a: $\binom{97}{1} \cdot \binom{96}{4}; b{:}\ \binom{97}{4}; c{:}\ \binom{97}{1} \cdot \binom{96}{3}; d{:}\ b + c\ együtt$)

28, Egy cirkusz 10 tagja között van 4 bohóc, nyolc artista és négy állatidomár. A társulat minden tagja fellép legalább az egyik szerepkörében; az artisták közül öt nem bohócosodig, két állatidomár is van. Csak egy olyan tag van, aki mindhárom szerepben jártas. Hány olyan bohóc van, aki nem artista? Hány olyan állatidomár van, aki bohóc is? Hány esetben tudunk kiválasztani úgy két embert a társulatból, hogy egyik „csak” artista, a másik pedig nem artista is lehet?

(1; 2; $\binom{4}{1} \cdot \binom{2}{1} = 8$)

29, Tekintsük az alábbi kijelentéseket!

A: Szabályos dobókockával prímszámot dobunk. B: Szabályos dobókockával páros számot dobunk C: Szabályos dobókockával egyest dobunk

a, Fogalmazzuk meg a $\overline{B}$ kijelentést! b, Fogalmazzuk meg az $A \wedge B$ kijelentést!

c, Adjuk meg a C kijelentést az A és B segítségével, logikai műveletekkel!

(C=$\overline{A \vee B}$)

30, Hányféleképpen lehet 8 egyforma almát négy gyerek között felosztani, ha az almákat nem szabad feldarabolni? Hány eset van, ha mindenki ki legalább egyet kap?

(ismétléses kombináció, illetve 4+12+6+12+17=35)

31, Egy dobókockával ötször egymás után dobunk és a kapott számokat egymás után felírjuk.

a, Hány különböző számsort kaphatunk? Hány olyan van, amiben csak egy 1-es van? Hány olyan van, amiben az utolsó szám a többitől különböző?

(a: 6^5, b: $5 \cdot 5^4$; c: $6 \cdot 5^4$)

32, Egy üzemben két gépen gyártanak csavaranyákat. Az elsőn 8% a selejt, a másodikon 4%. Mindkét gépen gyártott termékből 500-500 darabot veszünk. Ebből az 1000 db-ból kiválasztunk 50-et. Mennyi a valószínűsége, hogy ebből az 50 darabból

- pontosan három selejtes - legfeljebb 3 selejtes -legalább három selejtes?

(0,24; 0,65; 0,59)

33, Egy diák így jellemzi osztályát: 45 tanulóból 25 fiú, jo vagy jeles 30; közülük 16 fiú. 28-an sportolnak, köztük 18 fiú, illetve 17 jó vagy jeles eredményű tanuló van. 15 olyan fiú van, aki jó vagy jeles, és sportol is. Vajon igaza lehetett-e?
(Nem)

34, Egy 12 fős társaság száll fel egy három kocsiból álló metró szerelvényre. Sietnek, így senki se nézi, hogy ki hová szállt. Mekkora a valószínűsége, hogy

a, minden kocsiba azonos számú ember száll fel

b, van olyan kocsi, amelyikre senki sem szállt fel

c, Van legalább egy olyan kocsi, ahol legfeljebb ketten vannak?

35, Egy fiú osztályban 18 fiú szeret sakkozni, 23 focizni, 21 kerékpározni, 17 kirándulni. Sakkozni és focizni 9; sakkozni és kerékpározni 7; sakkozni és kirándulni 6, focizni és kerékpározni 12, focizni és kirándulni 9, kerékpározni és kirándulni 12 szeret. 4 fiú sakkozni, focizni és kirándulni; 3 sakkozni, focizni és kirándulni; 5 sakkozni, kerékpározni és kirándulni, 7 focizni, kerékpározni és kirándulni szeret. Olyan, aki mindet szereti, 3 van, és olyan, aki egyiket sem, nincs. Hányan vannak az osztályban? (40-en)

36, A kengurukról a következőket tudjuk: „Ha nem esik az eső, akkor a kenguruk vidámak.” Melyiket állíthatjuk akkor biztosan az alábbiak közül?

A) Ha esik az eső, akkor a kenguruk szomorúak.

B) Ha kenguruk vidámak, akkor nem esik az eső.

C) Ha a kenguruk vidámak, akkor esik az eső.

D) Ha a kenguruk szomorúak, akkor esik az eső.

E) Ha kenguruk szomorúak, akkor nem esik az eső.

Megoldás:

Legyen p= „esik az eső” és q= „a kenguruk vidámak (nem szomorúak)” Az eredeti kijelentés a következő szerkezetű: $\neg p \Rightarrow q$ Az állítások szerkezete pedig:

A: $p \Rightarrow \neg q$ B: $q \Rightarrow \neg p$ C: $q \Rightarrow p$ D: $\neg q \Rightarrow p$ E: $\neg q \Rightarrow \neg p$

p	**q**	**¬p**	**¬q**	**¬p ⇒ q**	**p ⇒ ¬q**	**q ⇒ ¬p**	**q ⇒ p**	**¬q ⇒ p**	**¬q ⇒ ¬p**
í	í	h	h	i	h	h	i	i	i
í	h	h	i	i	i	i	i	i	h
h	i	i	h	i	i	i	h	i	i
h	h	i	i	h	i	i	i	h	i

37, Tagadd a következő mondatokat!

Minden matek előkészítős meg tud oldani minden feladatot.

Van olyan, hogy tavasszal minden madár társat választ.

Ha megoldom ezt a feladatot, akkor cigánykereket vetek.

A tagadásánál a következő szempontokat kell figyelembe venni:

– A van olyan tagadása a minden.

– A minden tagadása a van olyan, aki/ami nem

– Az ítéletet is tagadni kell.

Az első mondat tagadása: Bontsuk részekre a mondatot!

Minden előkészítős ⇒ van olyan előkészítős Minden feladatot ⇒ van olyan feladat

Meg tud oldani ⇒ nem tud megoldani

Van olyan előkészítős, aki számára van olyan feladat, amit nem tud megoldani.

A második mondat tagadása: Van olyan (olykor) ⇒ mindig

Minden madár ⇒ van olyan madár Társat választ ⇒ nem választ társat

Tavasszal mindig van olyan madár, amely nem választ társat.

A harmadik mondat tagadása: Az implikációt a ha …, akkor… szerkezet jelöli, ezért a tagadása ezt nem tartalmazhatja. Alkalmazzuk a de Morgan-azonosságot az implikációra!

$\neg (p \Rightarrow q) = p \wedge \neg q$

(Ha megoldom ezt a feladatot, akkor cigánykereket vetek.) = Megoldom ezt a feladatot, és nem vetek cigánykereket.